

۱- آیا بردار $(1, 2, 1, 2)$ در فضای تولید شده توسط بردارهای $(1, 2, 0, 0)$ ، $(0, 1, 0, 1)$ ، $(1, 1, 1, 0)$ قرار دارد؟

(۲ نمره)

۲- به روش جایگشت دترمینان ماتریس زیر را محاسبه کنید. (۲ نمره)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 8 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

۲- با استفاده از قطرهای پراکنده دترمینان ماتریس زیر را بدست آورید. (۲ نمره)

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 6 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

۳- ماتریس زیر را در نظر بگیرید. (۲ نمره)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ -3 & -4 & -2 \\ 6 & 13 & -1 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

الف- اگر A ماتریس تبدیل $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ باشد m و n را بیابید.

ب- یک پایه برای فضای سطری ماتریس A بیابید.

ج- با استفاده از فرایند گرام اشمیت یک پایه یکه متعامد برای فضای سطری ماتریس A بیابید.

۴-الف- نشان دهید $B = \{1 + 2x, x - x^2, x + x^2\}$ یک پایه برای \mathbb{P}_2 (چند جمله‌ای حداکثر از درجه ۲) است. (۲ نمره)

ب- $p(x) = 1 + 3x + x^2$ را به صورت ترکیب خطی پایه B بیابید.

ج- تبدیل خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$T : \mathbb{P}_2 \rightarrow \mathbb{P}_2$$

$$T(p(x)) = p'(x) - p(x)$$

ماتریس تبدیل پایه تبدیل T از پایه B به پایه استاندارد $\{1, x, x^2\}$ را بیابید.

۵- ماتریس زیر را در نظر بگیرید بررسی کنید ماتریس زیر قطری پذیر هست یا خیر و سپس ماتریس P که ماتریس $P^{-1}AP$ را بیابید. (محاسبه P^{-1} لازم نیست). (۲ نمره)

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

۶- فرم ژوردان ماتریس زیر را بیابید. (۲ نمره)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 4 & 5 & -1 \end{pmatrix}$$

موفق باشید.